Chapitre 11

Géométrie repérée

I Exercices

11.1 Vecteur normal à une droite

Pour pouvoir traiter l'exercice suivant, voir dans le cours
- ***la définition 11.1 page 157 ;***
- ***la propriété 11.1 ;***
- ***l'exemple 11.1 ;***
- ***la définition 11.2 page 158.***

Exercice 11.1

Dans un repère orthonormé, une équation cartésienne de la droite (d) est : $3x + 5y - 15 = 0$.

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite (d).
2. Tracer le repère, et tracer la droite (d), en effectuant d'abord les calculs nécessaires.
3. Tracer sur la figure le vecteur $\vec{n}\,(3\ ;\ 5)$ à partir d'un point de la droite (d).
4. Justifier que le vecteur $\vec{n}$ est orthogonal au vecteur $\vec{u}$.
5. Comment nomme-t-on un tel vecteur pour la droite (d) ?

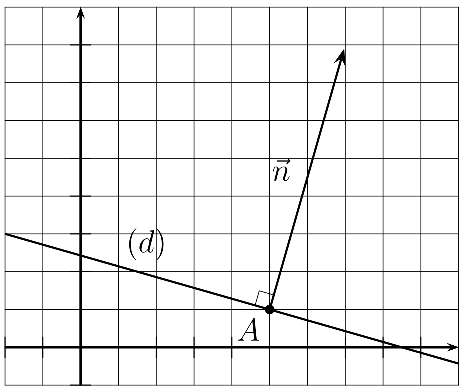
Exercice 11.2

Pour chacune des équations cartésiennes de droites ci-dessous, donner les coordonnées d'un vecteur normal (voir la propriété 11.2 page 159).

1. (d_1) $2x + 7y + 4 = 0$ **2.** (d_2) $8x - 9y - 5 = 0$ **3.** (d_3) $x + 6y + 1 = 0$ **4.** (d_4) $4x + 3 = 0$

Exercice 11.3

Dans le repère orthonormé ci-contre, la droite (d) passe par le point $A\,(5\ ;\ 1)$ et un vecteur normal à cette droite est $\vec{n}\,(2\ ;\ 7)$.
Calculer une équation cartésienne de cette droite.
On pourra lire l'exemple 11.3 page 159.



Exercice 11.4

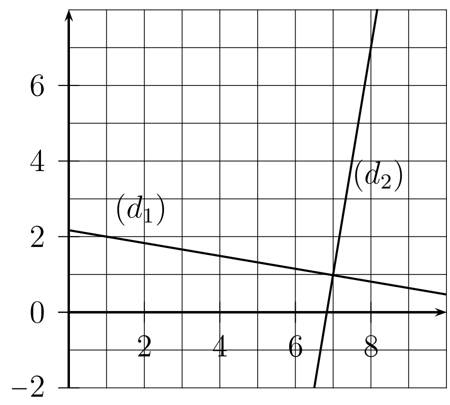
Dans un repère orthonormé la droite (d) passe par le point $A\,(2\ ;\ 3)$ et un vecteur normal à cette droite est $\vec{n}\,(4\ ;\ -1)$.

1. Calculer une équation cartésienne de cette droite.
2. Tracer le repère et la droite (d) en effectuant d'abord les calculs nécessaires.

Exercice 11.5

Les droites (d_1) et (d_2) sont représentées ci-contre dans un repère orthonormé et ont pour équations :
(d_1) $x + 6y - 13 = 0$ et (d_2) $6x - y - 41 = 0$.

1. Ces deux droites sont-elles perpendiculaires ? Justifier.
2. Transformer chaque équation cartésienne sous la forme $ax+by = c$, puis résoudre le système formé par ces deux équations. Voir l'exemple 11.2 page 158.
3. Que représentent les solutions x et y obtenues ?



Exercice 11.6

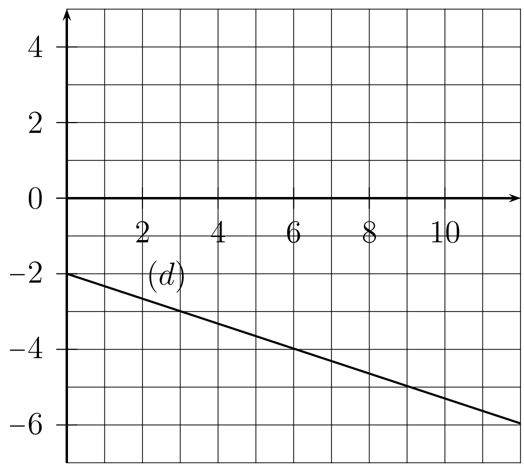
Les droites (d_1) et (d_2) ont pour équations : (d_1) $2x + y - 10 = 0$ et (d_2) $x + 4y - 12 = 0$.

1. Tracer le repère et les droites (d_1) et (d_2) en effectuant d'abord les calculs nécessaires.
2. Placer K le point d'intersection de ces deux droites, et lire ses coordonnées avec la précision permise par le graphique.
3. Ces deux droites sont-elles perpendiculaires ? Justifier.
4. Calculer les coordonnées exactes du point K.

Exercice 11.7

Une équation cartésienne de la droite (d) est :
$x + 3y + 6 = 0$.
Cette droite est tracée dans le repère orthonormé ci-contre.

1. Placer le point $A\,(8\ ;\ 2)$, puis construire le point H, projeté orthogonal du point A sur la droite (d).
2. Calculer les coordonnées du point H. On pourra lire l'exemple 11.4 page 159.



Exercice 11.8

Une équation cartésienne de la droite (d) est $7x + y - 7 = 0$.

1. Tracer un repère orthonormé puis tracer la droite (d) en effectuant les calculs nécessaires.
2. Placer le point $A\,(6\ ;\ 5)$, puis construire le point H, projeté orthogonal du point A sur la droite (d).
3. Lire les coordonnées du point H avec la précision permise par le graphique.
4. Calculer les coordonnées exactes du point H.

11.2 Équation d'un cercle

Exercice 11.9

1. Tracer un repère orthonormé, et placer le point $A\,(6\ ;\ 4)$.
2. Le point $M\,(x\ ;\ y)$ est un point quelconque du plan. Écrire AM^2 en fonction de x et y.
3. On précise que $AM = 3$, écrire une équation d'inconnues x et y.
4. L'ensemble des points tels que $AM = 3$ est une figure. Laquelle ? Tracer cette figure.

Conclusion de l'exercice : l'équation obtenue en **3.** est une équation de la figure tracée en **4.**

Lire maintenant la propriété 11.3 page 160 et sa démonstration, puis les exemples 11.5 et 11.6.

Exercice 11.10

1. Tracer un repère orthonormé, et tracer les cercles suivants :
   - le cercle (C_1) de centre $A\,(7\ ;\ 5)$ et de rayon 4 ;
   - le cercle (C_2) de centre $B\,(6\ ;\ -3)$ et de rayon 2 ;
   - le cercle (C_3) de centre $D\,(-5\ ;\ 4)$ qui passe par le point $E\,(-2\ ;\ 3)$.
2. Déterminer une équation de chacun de ces cercles.

Exercice 11.11

Chacune des équations suivantes est une équation d'un cercle de centre A et de rayon r. Déterminer dans chaque cas les coordonnées de A et la valeur de r.

(1) $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 36$ (2) $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$ (3) $x^2 + (y+3)^2 = 5$

Exercice 11.12

Une équation parmi les équations suivantes n'est pas une équation de cercle. Laquelle ? Justifier

(1) $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 49$ (2) $(x-3)^2 + (y-8)^2 = -25$ (3) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 7$

Exercice 11.13

1. Tracer un repère orthonormé, et placer les points $A\ (1\ ;\ 4)$ et $B\ (7\ ;\ 2)$ et tracer le cercle (C) de diamètre $[AB]$. Tracer ensuite la droite (d) d'équation $y = x$, puis placer E et F les points d'intersection de la droite (d) et du cercle (C).
2. Déterminer une équation du cercle (C) dans ce repère.
3. Déterminer les coordonnées des points E et F. Indication : sachant que $y = x$, remplacer dans l'équation du cercle, puis résoudre l'équation obtenue.

11.3 Parabole

Avant de traiter l'exercice ci-dessous étudier les propriétés 11.4, 11.5, 11.6, page 161 et les exemples 11.7, 11.8.

Exercice 11.14

Déterminer l'axe de symétrie et le sommet de chacune des paraboles $(\mathscr{P}_1)$, $(\mathscr{P}_2)$, $(\mathscr{P}_3)$, $(\mathscr{P}_4)$ définies par les équations ci-dessous. Détailler les calculs. On pourra vérifier à la calculatrice ou avec le logiciel GeoGebra.

1. $(\mathscr{P}_1)$ $y = -2(x-3)^2 + 4$ **2.** $(\mathscr{P}_2)$ $y = (x+5)^2 - 8$

3. $(\mathscr{P}_3)$ $y = 7x^2 + 28x - 60$ **4.** $(\mathscr{P}_4)$ $y = -3x^2 + 24x - 10$

Exercice 11.15

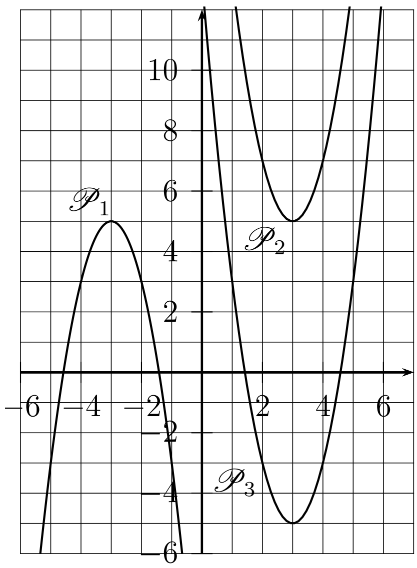
Associer chaque parabole représentée ci-contre à son équation, sans utiliser la calculatrice.
Une des équations ne correspond donc à aucune des trois paraboles tracées ci-contre.
On pourra ensuite vérifier à la calculatrice ou avec GeoGebra.

(1) $y = -2(x-3)^2 - 5$

(2) $y = 2(x-3)^2 - 5$

(3) $y = -2(x+3)^2 + 5$

(4) $y = 2(x-3)^2 + 5$



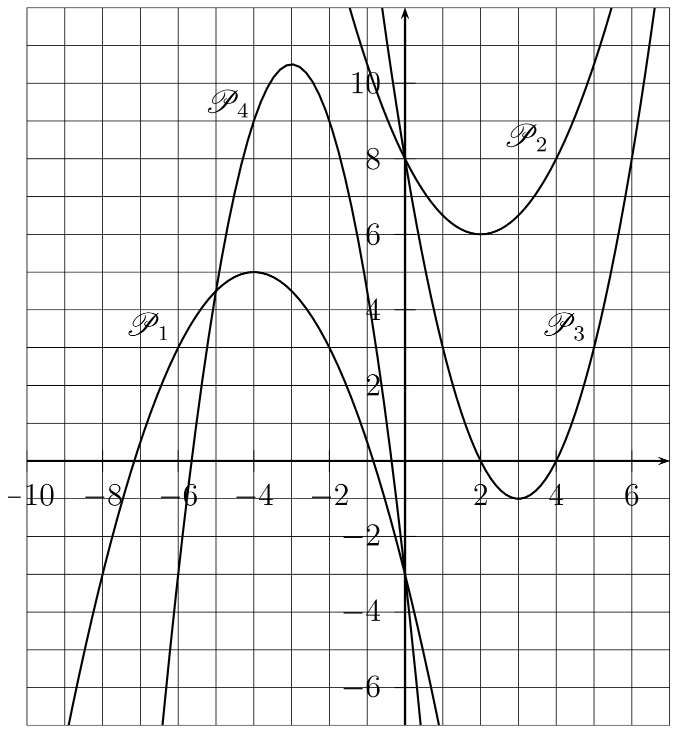
Exercice 11.16

Associer chaque parabole représentée ci-contre à son équation, sans utiliser la calculatrice.
Une des paraboles ne correspond donc à aucune des trois équations ci-dessous.
On pourra ensuite vérifier à la calculatrice ou avec GeoGebra.

(1) $y = -1,5x^2 - 9x - 3$

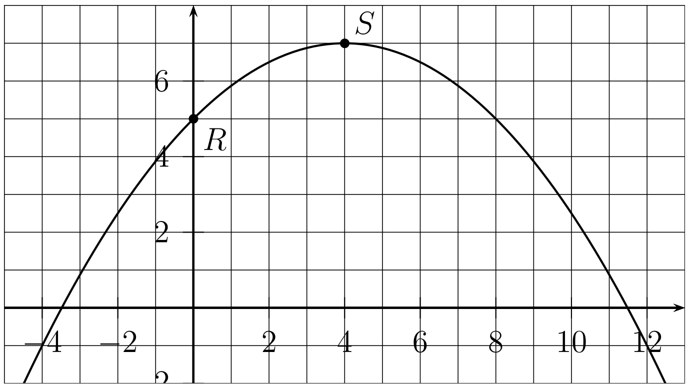
(2) $y = -0,5x^2 - 4x - 3$

(3) $y = x^2 - 6x + 8$



Exercice 11.17

La parabole $(\mathscr{P})$ représentée ci-contre dans un repère orthonormé passe par le point $R\,(0\ ;\ 5)$ et son sommet est le point $S\,(4\ ;\ 7)$. Déterminer l'équation $y = ax^2 + bx + c$ de la parabole $(\mathscr{P})$.



11.4 Droites, cercles, paraboles et autres

Exercice 11.18

Parmi les équations suivantes, lesquelles sont des équations cartésiennes de droites ?

On pourra vérifier en utilisant GeoGebra.

(1) $3x + 5y + 6 = 0$ (2) $4x^2 + y + 6 = 0$ (3) $x^2 + y^2 - 9 = 0$ (4) $2x - 7y + 8 = 0$

Exercice 11.19

Parmi les équations suivantes, lesquelles sont des équations de cercles ?

On pourra vérifier en utilisant GeoGebra.

(1) $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 49$ (2) $(x-3)^2 + 5(y+2)^2 = 16$

(3) $(x+8)^2 + (y-9)^2 = 25$ (4) $(x+6)^2 + (y-7) = 4$

Exercice 11.20

Parmi les équations suivantes, laquelle est une équation de parabole ?

On pourra vérifier en utilisant GeoGebra.

(1) $y = 3x - 8$ (2) $y = 5x^3 + 2x - 4$ (3) $y = 7x^2 - 6x + 9$

Exercice 11.21

On considère les trois équations ci-dessous.

(1) $(x-7)^2 + (y-2)^2 = 9$ (2) $(x-7)^2 + (y-2) = 9$ (3) $(x-7) + (y-2) = 9$

1. Une des équations ci-dessus est une équation de droite. Laquelle ? Justifier en transformant cette équation sous la forme $ax + by + c = 0$.
2. Une des équations ci-dessus est une équation de parabole. Laquelle ? Justifier en transformant cette équation sous la forme $y = ax^2 + bx + c$.
3. Quelle courbe est définie par l'équation qui reste ? Donner les caractéristiques de cette courbe.

On pourra vérifier en utilisant GeoGebra.

11.5 Utiliser un repère pour étudier une configuration.

Pour les exercices qui suivent, on rappelle quelques définitions et propriété.

- La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.
- Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par ses 3 sommets.
- Les médiatrices des 3 côtés d'un triangle se coupent en un point qui est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.
- Dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.
- Les hauteurs d'un triangle se coupent en un point qui est nommé l'orthocentre de ce triangle.

Exercice 11.22 (Triangle, médiatrices, cercle circonscrit)

1. Tracer un repère orthonormé, placer les points $A\,(-3\ ;\ 7)$, $B\,(-3\ ;\ -1)$, $E\,(3\ ;\ 5)$, et tracer le triangle ABD.
2. Tracer la médiatrice (d_1) du segment $[AB]$ et donner son équation sans justifier.
3. Tracer la médiatrice (d_2) du segment $[AE]$, et en calculer une équation cartésienne.
4. Placer le point F centre du cercle circonscrit au triangle ABE, puis tracer ce cercle (C).
5. Calculer les coordonnées du point F et le rayon du cercle (C).
6. Donner une équation du cercle (C).

Exercice 11.23 (Triangle, hauteurs, orthocentre)

1. Tracer un repère orthonormé, placer les points $A\,(-1\ ;\ 4)$, $B\,(-4\ ;\ -2)$, $C\,(6\ ;\ -2)$, et tracer le triangle ABC.
2. Tracer la hauteur (d_1) issue de A et donner son équation sans justifier.
3. Tracer la hauteur (d_2) issue de C, et en calculer une équation cartésienne.
4. Placer l'orthocentre H du triangle ABC, puis calculer ses coordonnées.

II Cours

11.0 Programme

Dans cette section, le plan est rapporté à un repère orthonormé.

Contenus

- Vecteur normal à une droite. Le vecteur de coordonnées (a, b) est normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$. Le vecteur $(-b, a)$ en est un vecteur directeur.
- Équation de cercle.
- Parabole représentative d'une fonction polynôme du second degré. Axe de symétrie, sommet.

Capacités attendues

- Déterminer une équation cartésienne d'une droite connaissant un point et un vecteur normal.
- Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite.
- Déterminer et utiliser l'équation d'un cercle donné par son centre et son rayon.
- Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.
- Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$.
- Utiliser un repère pour étudier une configuration.

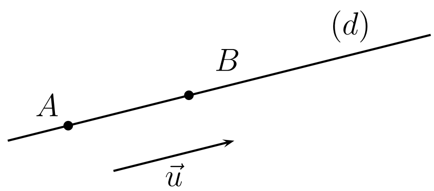
Approfondissements possibles

- Recherche de l'ensemble des points équidistants de l'axe des abscisses et d'un point donné.
- Déterminer l'intersection d'un cercle ou d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ avec une droite parallèle à un axe.

11.1 Rappels de seconde

Définition 11.1 (Vecteur directeur d'une droite)

Dire qu'un vecteur non nul $\vec{u}$ est vecteur directeur d'une droite (d) signifie qu'il existe deux points A et B de la droite (d) tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$.



Propriété 11.1 (Coordonnées d'un vecteur directeur)

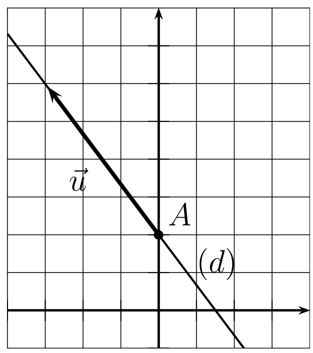
Dans un repère du plan, une droite d'équation $ax+by+c = 0$ a un vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u}\,(-b\ ;\ a)$.

Exemple 11.1 (Tracer une droite connaissant son équation cartésienne)

On veut tracer la droite d'équation : $4x + 3y - 6 = 0$.

Il nous faut les coordonnées d'un point et les coordonnées d'un vecteur directeur.

- On choisit une valeur de x et on calcule y.
  Par exemple, choisissons $x = 0$:
  $$4 \times 0 + 3y - 6 = 0 \iff 3y - 6 = 0 \iff 3y = 0 + 6 = 6$$
  $$\iff y = \frac{6}{3} = 2$$
  On a donc les coordonnées d'un point $A(0\ ;\ 2)$.
- D'après l'équation $4x + 3y - 6 = 0$, les coordonnées d'un vecteur directeur sont $\vec{u}(-3\ ;\ 4)$.
- On trace le vecteur $\vec{u}$ à partir du point A, et on trace la droite (d).



Exemple 11.2 (Résolution d'un système de 2 équations à 2 inconnues)

Résolution du système $\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

Résolution d'un système par combinaison linéaire

On effectue d'abord des calculs pour éliminer une des deux inconnues, afin de calculer l'autre inconnue.

Ci-dessous, on va éliminer y et calculer x.

$$\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad \Big| \times 3$$

$$\begin{array}{lrcl} & \begin{cases} x - 3y = 11 \\ 6x + 3y = 24 \end{cases} & & \\ \hline & 7x & = & 35 \\ \iff & x & = & \dfrac{35}{7} \\ \iff & x & = & 5 \end{array}$$

On remplace maintenant x dans une des deux équations et on calcule y.

$$\begin{array}{lrcl} & x - 3y & = & 11 \\ \iff & 5 - 3y & = & 11 \\ \iff & -3y & = & 11 - 5 \\ \iff & -3y & = & 6 \\ \iff & y & = & \dfrac{6}{-3} \\ \iff & y & = & -2 \end{array}$$

Le couple solution est donc : $\boxed{(5\ ;\ -2)}$

Résolution d'un système par substitution

$\begin{cases} x - 3y = 11 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

On écrit une inconnue en fonction de l'autre.

Ici, on va écrire x en fonction de y.

$$\begin{array}{lll} & x - 3y & = 11 \\ \iff & x & = 11 + 3y \end{array}$$

On remplace maintenant x par $11 + 3y$ dans la deuxième équation.

$$\begin{array}{lll} & 2x + y & = 8 \\ \iff & 2 \times (11 + 3y) + y & = 8 \\ \iff & 22 + 6y + y & = 8 \\ \iff & 7y & = 8 - 22 \\ \iff & 7y & = -14 \\ \iff & y & = \dfrac{-14}{7} \\ \iff & y & = -2 \end{array}$$

Or, on sait que $x = 11 + 3y$, donc

$x = 11 + 3 \times (-2) = 11 - 6 = 5$

Le couple solution est donc : $\boxed{(5\ ;\ -2)}$

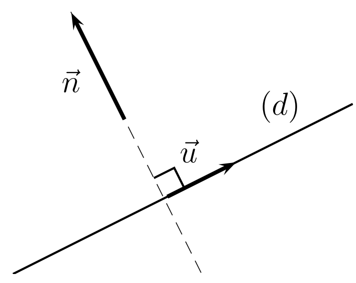
11.2 Vecteur normal à une droite

Définition 11.2

Un vecteur normal à une droite est un vecteur non nul, orthogonal à un vecteur directeur de cette droite.

Figure

Dans la figure ci-contre, le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur directeur de la droite (d) et le vecteur $\vec{n}$ est un vecteur normal de la droite (d).
Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux.



Propriété 11.2

Dans un repère orthonormé du plan, une droite d'équation $ax + by + c = 0$ a un vecteur normal $\vec{n}$ de coordonnées $\vec{n}\,(a\ ;\ b)$.

Démonstration

Considérons une droite d'équation $ax + by + c = 0$ dans un repère orthonormé du plan.

On sait d'après la propriété 11.1 étudiée en seconde que cette droite a un vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u}\,(-b\ ;\ a)$.

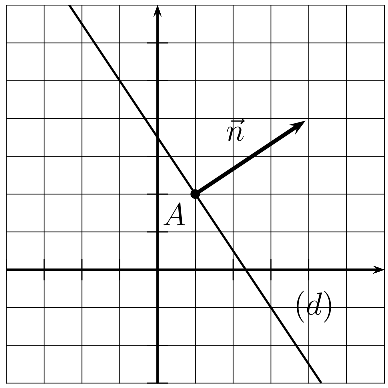
Le vecteur $\vec{n}$ de coordonnées $\vec{n}\,(a\ ;\ b)$ est orthogonal à $\vec{u}$, en effet leur produit scalaire est nul : $\vec{u}\ .\ \vec{n} = (-b) \times a + a \times b = 0$.

Donc, le vecteur $\vec{n}\,(a\ ;\ b)$ est bien un vecteur normal à la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Exemple 11.3 (Équation de droite à partir d'un point et un vecteur normal)

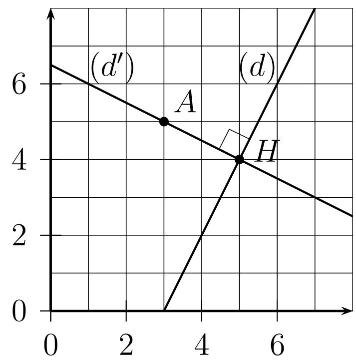
Calculons une équation cartésienne de la droite (d) passant par $A\,(1\ ;\ 2)$ et de vecteur normal $\vec{n}\,(3\ ;\ 2)$.
On sait qu'une équation cartésienne de la droite (d) est de la forme $ax + by + c = 0$ et qu'un vecteur normal a comme coordonnées $(a\ ;\ b)$.
Donc, $a = 3$ et $b = 2$, par conséquent, on obtient l'équation : $3x + 2y + c = 0$.
Or les coordonnées du point $A\,(1\ ;\ 2)$ vérifient cette équation, donc :
$3 \times 1 + 2 \times 2 + c = 0 \iff 7 + c = 0 \iff c = -7$.

On obtient finalement : $\boxed{3x + 2y - 7 = 0}$.



Exemple 11.4 (Calculer les coordonnées d'un projeté orthogonal)

Dans un repère orthonormé, une équation cartésienne de la droite (d) est $2x - y - 6 = 0$ et le point A a pour coordonnées $A\,(3\ ;\ 5)$.
Calculons les coordonnées du point H projeté orthogonal du point A sur la droite (d).



Pour cela, calculons une équation cartésienne de la droite (d') perpendiculaire à (d) qui passe par A.

On sait qu'une droite d'équation $ax + by + c = 0$ a un vecteur directeur $\vec{u}$ de coordonnées $\vec{u}\,(-b\ ;\ a)$.

Donc, un vecteur directeur de la droite (d) est $\vec{u}\,(1\ ;\ 2)$, mais, comme (d) et (d') sont perpendiculaires, le vecteur $\vec{u}$ est un vecteur normal de (d').

Donc une équation cartésienne de (d') s'écrit $x + 2y + c = 0$.

Or, le point A appartient à (d'), donc : $3 + 2 \times 5 + c = 0 \iff 13 + c = 0 \iff c = -13$

Donc une équation cartésienne de (d') est $x + 2y - 13 = 0$.

Le projeté orthogonal H du point A sur la droite (d) est l'intersection des droites (d) et (d').

Résolvons donc le système formé par les équations cartésiennes de ces deux droites.

$$\begin{cases} 2x - y - 6 = 0 \\ x + 2y - 13 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x - y = 6 & (1) \\ x + 2y = 13 & (2) \end{cases}$$

D'après l'équation (2), on a : $x + 2y = 13 \iff x = -2y + 13$

On remplace x par $-2y + 13$ dans l'équation (1) :

$2\times(-2y+13)-y = 6 \iff -4y+26-y = 6 \iff -5y = 6-26 \iff -5y = -20 \iff y = \dfrac{-20}{-5} = 4$

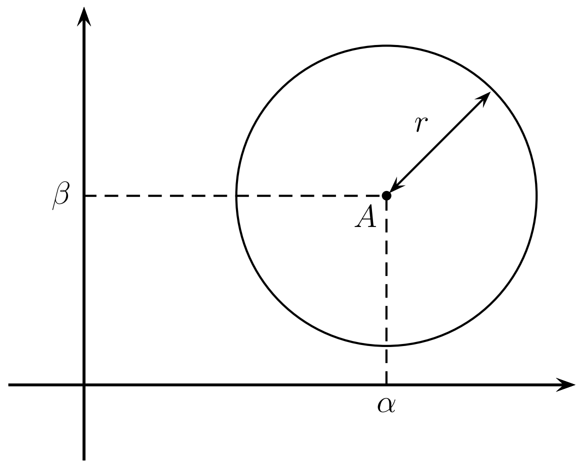
Or $x = -2y + 13$, donc $y = -2 \times 4 + 13 = 5$.

Et nous avons ainsi obtenu les coordonnées du point H projeté orthogonal du point A sur la droite (d) : $\boxed{M\,(5\ ;\ 4)}$.

11.3 Équation d'un cercle

Propriété 11.3

Dans un repère orthonormé, une équation cartésienne du cercle de centre $A\ (\alpha\ ;\ \beta)$ de rayon r est : $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$.



Démonstration

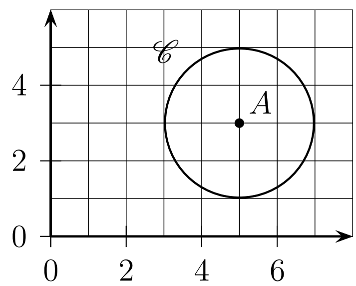
Dans un repère orthonormé, si un point M de coordonnées $M\,(x\ ;\ y)$ appartient au cercle $\mathscr{C}$ de centre $A\ (\alpha\ ;\ \beta)$ de rayon r, on a : $AM = r \iff AM^2 = r^2$

or, $AM^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2$, on a donc bien : $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$.

Réciproquement, si $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$, cela signifie que $AM^2 = r^2$, donc $AM = r$, donc le point M appartient bien au cercle de centre A de rayon r.

Exemple 11.5 (Équation d'un cercle donné par son centre et son rayon.)

Dans un repère orthonormé, l'équation du cercle $\mathscr{C}$ de centre $A\,(5\ ;\ 3)$ et de rayon 2 est : $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 2^2$, soit : $\boxed{(x-5)^2 + (y-3)^2 = 4}$.



Exemple 11.6 (Reconnaître une équation de cercle, déterminer centre et rayon.)

Dans un repère orthonormé, l'équation d'un cercle est $(x-6)^2+(y-4)^2=9$.

Déterminons son centre et son rayon.

L'équation de ce cercle peut s'écrire : $(x-6)^2+(y-4)^2=3^2$, donc

$\boxed{\text{le centre de ce cercle est le point } A\,(6\ ;\ 4) \text{ et son rayon est } 3}$.

11.4 Parabole

Propriété 11.4

La parabole qui représente graphiquement une fonction polynôme du second degré a un sommet qui correspond à l'extremum de cette fonction, et un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées qui passe par son sommet.

Propriété 11.5

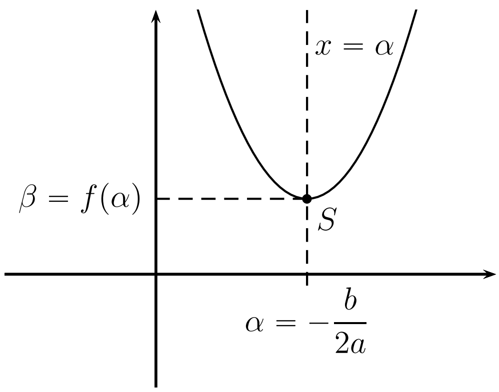
On considère une fonction polynôme du second degré définie sous la forme canonique $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ et la parabole qui la représente graphiquement.

- Le sommet S de cette parabole a pour coordonnées $S\,(\alpha\ ;\ \beta)$.
- L'axe de symétrie de cette parabole est la droite d'équation $x=\alpha$.

Propriété 11.6

On considère une fonction polynôme du second degré définie sous la forme développée $f(x)=ax^2+bx+c$ et la parabole qui la représente graphiquement.

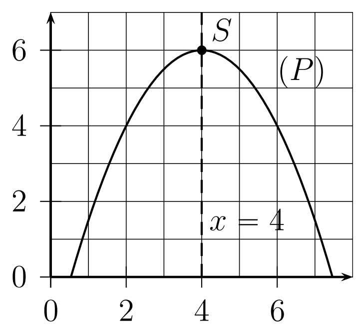
- Le sommet S de cette parabole a pour coordonnées $S\left(-\dfrac{b}{2a}\ ;\ f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right)$.
- L'axe de symétrie de cette parabole est la droite d'équation $x=-\dfrac{b}{2a}$.



Exemple 11.7 (Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole (1))

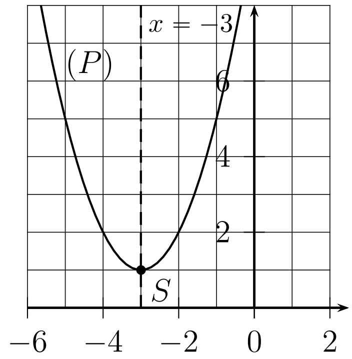
Dans un repère orthogonal, l'équation d'une parabole (P) est :
$y=-0,5(x-4)^2+6$.
Déterminons son axe de symétrie et son sommet.
L'équation de la parabole (P) est sous la forme canonique, par conséquent, nous savons que :

- le sommet de la parabole (P) est le point $\boxed{S\,(4\ ;\ 6)}$;
- l'axe de symétrie de (P) est la droite d'équation $\boxed{x=4}$.



Exemple 11.8 (Déterminer l'axe de symétrie et le sommet d'une parabole (2))

Dans un repère orthogonal, l'équation d'une parabole (P) est :
$y = x^2 + 6x + 10$.
Déterminons son axe de symétrie et son sommet.



La parabole (P) représente la fonction définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a = 1$, $b = 6$, $c = 10$.

Calculs : $-\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{6}{2} = -3$ $\qquad f(-3) = (-3)^2 + 6 \times (-3) + 10 = 1$.

Donc,

- le sommet de la parabole (P) est le point $\boxed{S\,(-3\ ;\ 1)}$;
- l'axe de symétrie de (P) est la droite d'équation $\boxed{x = -3}$.