Chapitre 2

Suites

I Exercices

2.1 Suites arithmétiques

La définition de suite arithmétique est dans le cours au paragraphe 2.1 page 29.

Exercice 2.1

Le salaire d'un commercial d'une entreprise est fixé ainsi : un salaire fixe de 2 100 € par mois et chaque vente du mois rapporte 300 €.
On appelle u_n le salaire du mois pour n ventes, ainsi $u_0 = 2\,100$.
Le tableau ci-contre représente une feuille de calcul d'un tableur.

	A	B
1	n	u_n
2	0	2 100
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	

1. Compléter ce tableau.
2. La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ? Justifier.

   ....

   ....

3. Quelle est sa raison ? ....
4. Quelle est la formule saisir dans la cellule B3, et à recopier vers le bas, pour obtenir les salaires jusqu'à 5 ventes ?

   ....

5. Quelle formule apparaît alors dans la cellule B6 ?

   ....

Exercice 2.2

Une personne a 7 300 € d'économies et veut prendre un congé sans solde (un congé sans salaire).
Dans l'algorithme ci-contre, la valeur finale de la variable R est le reste des économies après n mois.
La variable R est un nombre réel, et les variables i et n sont des nombres entiers naturels (entiers positifs ou nul).

```
R ← 7 300
Pour i allant de 1 à n
    R ← R − 620
Fin du Pour
```

Pour comprendre cet algorithme, on peut lire l'exemple du cours, paragraphe 2.1.b page 29.

1. Calculer le reste des économies après 5 mois ($n = 5$). ....

   ....

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. On appelle R_n le reste des économies après n mois. ainsi $R_0 = 7\,300$.

a) La suite (R_n) est-elle arithmétique ? Justifier

. . . .

. . . .

b) Si la réponse est oui, quelle est sa raison ? . . . .

Exercice 2.3

Un journal mensuel vendait 120 000 exemplaires en 2000, puis ses ventes progressent de 1 800 exemplaires en plus chaque année. On appelle u_n le nombre d'exemplaires vendus l'année $2000 + n$.

Ainsi $u_0 = 120\,000$.

1. La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ? Justifier.

. . . .

. . . .

2. Quelle est sa raison ? . . . .

3. Calculer u_1, u_2, u_3, (détailler les calculs).

$u_1 =$ . . . . $u_2 =$ . . . . $u_3 =$ . . . .

4. Calculer u_{12} (détailler les calculs).

$u_{12} =$ . . . .

5. Quelle est la formule pour calculer u_n en fonction de n ?

$u_n =$ . . . .

Exercice 2.4

Une société de service propose des gardes d'enfants à domicile au tarif suivant : un forfait de 120 euros et on ajoute 25 euros par heure de garde.

On appelle p_n le prix payé en tout pour n heures de garde. La suite (p_n) est donc arithmétique et $p_0 = 120$ et $p_1 = 120 + 25 = 145$.

1. Calculer p_5 : . . . .

2. Que signifie ce résultat ? . . . .

. . . .

3. Exprimer p_n en fonction de n : $p_n =$ . . . .

Exercice 2.5

Une entreprise fabrique des bombes d'insecticide. En 2010, elle a produit 140 000 unités, et décide de baisser progressivement sa production de 6 000 unités par an. On appelle u_n le nombre d'unités produites l'année $2010 + n$. Ainsi $u_0 = 140\,000$.

1. La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ? Justifier.

   ....

   ....

2. Quelle est sa raison ? ....

3. Calculer u_1, u_2, u_3, (détailler les calculs).

   $u_1 =$ .... $u_2 =$ .... $u_3 =$ ....

4. Calculer u_9 : ....

5. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) : $u_n =$ ....

Exercice 2.6

Un cycliste a un programme d'entraînement : parcourir 20 km le premier jour, puis 3 km de plus chaque jour. On appelle d_n la distance parcourue le $n^{\text{ième}}$ jour.

Ainsi $d_1 = 20$ km et $d_2 = 20 + 3 = 23$ km

1. Calculer d_3 et d_7 :

   $d_3 =$ .... $d_7 =$ ....

2. Donner l'expression de d_n en fonction de n :

   $d_n =$ ....

Exercice 2.7

Pour chacune des suites ci-dessous, exprimer u_n en fonction de n.

1. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 2\,300$ et de raison $a = 400$.

   $u_n =$ ....

2. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_1 = 110$ et de raison $a = -8$.

   $u_n =$ ....

3. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_1 = 50\,000$ et de raison $a = 3500$.

   $u_n =$ ....

4. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 20$ et de raison $a = -3$.

   $u_n =$ ....

Exercice 2.8

La population d'une ville augmente chaque année de 340 habitants. En 2000, la population était de 12 000 habitants. On appelle u_n la population de l'année $2000 + n$, ainsi $u_0 = 12\,000$.

1. Écrire u_n en fonction de n. ....

2. Calculer la population de l'année 2008. ....

   ....

3. À partir de quelle année la population dépassera-t-elle 20 000 habitants. Justifier par des calculs ou une inéquation.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Exercice 2.9

Une usine a produit 150 000 stylos en 2010, et diminue sa production progressivement de 13 000 stylos par mois.

On appelle u_n la production du $n^{\text{ième}}$ mois, ainsi : $u_0 = 150\,000$ et $u_1 = 150000 - 13000 = 137000$.

1. Écrire u_n en fonction de n. . . . .

2. Calculer la production du 7$^{\text{e}}$ mois. . . . .

. . . .

3. Calculer le nombre de mois qu'il faudra pour arrêter définitivement la production. Justifier par des calculs ou une inéquation.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2.2 Suites géométriques

La définition de suite géométrique est dans le cours au paragraphe 2.2 page 30.

Exercice 2.10

Pour l'année 2010, le trafic sur une route est de 11 000 véhicules par jour. À partir d'observations, on constate que le trafic sur cette route augmente de 3 % par an depuis 2010.
On appelle u_n le nombre de véhicules par jour pour l'année $2010 + n$ ainsi $u_0 = 11\,000$.
Le tableau ci-contre représente une feuille de calcul d'un tableur.

	A	B	C
1	Année	n	u_n
2	2010	0	11 000
3	2011	1	
4	2012	2	
5	2013	3	
6	2014	4	
7	2015	5	

1. Calculer u_1 et u_2.

. . . .

. . . .

2. Compléter ce tableau. Arrondir à l'unité près.

3. La suite (u_n) est-elle une suite géométrique ? Justifier.

. . . .

. . . .

4. Quelle est sa raison ? . . . .

5. Quelle est la formule à saisir dans la cellule C3, et à recopier vers le bas, pour obtenir les nombres de véhicules par jour ?

. . . .

6. Quelle formule apparaît alors dans la cellule C6 ?

. . . .

Exercice 2.11

Une ville a produit 12 000 tonnes de déchets en 2010.

Dans l'algorithme ci-contre, la valeur finale de la variable D est la production de déchets en tonnes de l'année $2010 + n$.

La variable D est un nombre réel, et les variables k et n sont des nombres entiers naturels (entiers positifs ou nul).

```
D ← 12 000
Pour k allant de 1 à n
    D ← D × 0,98
Fin du Pour
```

Pour comprendre cet algorithme, on peut lire l'exemple du cours, paragraphe 2.2.c page 31.

1. Calculer la production de déchets de l'année 2014 ($n = 4$). . . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2. On appelle D_n la production de déchets de l'année $2010 + n$, ainsi $D_0 = 12\,000$.

a) La suite (D_n) est-elle géométrique ? Justifier

. . . .

. . . .

b) Si la réponse est oui, quelle est sa raison ? . . . .

Exercice 2.12

Un journal mensuel vendait 90 000 exemplaires en 2000, puis ses ventes augmentent de 6 % par an.
On appelle u_n le nombre d'exemplaires vendus l'année $2000 + n$.

Ainsi $u_0 = 90\,000$.

1. La suite (u_n) est-elle une suite géométrique ? Justifier.

. . . .

. . . .

2. Quelle est sa raison ? . . . .

3. Calculer u_1, u_2, u_3, (détailler les calculs et arrondir à l'unité).

$u_1 =$ . . . . $u_2 =$ . . . . $u_3 =$ . . . .

4. Calculer u_{12} (détailler les calculs et arrondir à l'unité).

$u_{12} =$ . . . .

5. Quelle est la formule pour calculer u_n en fonction de n ?

$u_n =$ . . . .

Exercice 2.13

En 2000, un capital de 3 500 € a été placé à intérêts composés à 2,5 %.
Le *capital placé à intérêts composés* est expliqué dans le cours au paragraphe 2.2.b page 30.

On appelle C_n le montant du capital de l'année $2000 + n$.
La suite (C_n) est donc géométrique et $C_0 = 3\,500$ et $C_1 = 3\,500 \times (1 + 0,025) = 3\,587{,}5 \approx 3\,588$.

1. Calculer C_5, en arrondissant au centième près : ....

....

2. Interpréter ce résultat. ....

....

3. Exprimer C_n en fonction de n : $C_n =$ ....

Exercice 2.14

Une entreprise fabrique des jouets. En 2010, elle a produit 130 000 unités, et décide de baisser sa production de 5 % par an.
On appelle u_n le nombre d'unités produites l'année $2010 + n$. Ainsi $u_0 = 130\,000$.

1. Calculer u_1 : ....

2. La suite (u_n) est-elle une suite géométrique ? Justifier.

....

....

3. Quelle est sa raison ? ....

4. Calculer u_9, en arrondissant à l'unité près : ....

....

5. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) : $u_n =$ ....

Exercice 2.15

Le nombre d'entreprises du secteur immobilier, en milliers, créées en France à partir de 2011 évolue selon une suite géométrique de premier terme $u_1 = 18$ et de raison 1,07.
Ainsi pour 2012, $u_2 = 18 \times 1,07 = 19,26$.

1. Calculer u_3 et u_9, en arrondissant au millième près.

$u_3 =$ .... u_9 ....

2. Donner l'expression de u_n en fonction de n :

$u_n =$ ....

Exercice 2.16

Pour chacune des suites ci-dessous, exprimer u_n en fonction de n.

1. La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 3\,600$ et de raison $b = 1,3$.

$u_n =$ ....

2. La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_1 = 240$ et de raison $b = 0,85$.

$u_n =$ ....

3. La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_1 = 80\,000$ et de raison $b = 1,06$.

$u_n =$ ....

4. La suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 30$ et de raison $b = 0,92$.

$u_n =$ ....

Exercice 2.17

La population d'une ville augmente chaque année de 2 %. En 2000, la population était de 15 000 habitants. On appelle u_n la population de l'année $2000 + n$.
La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison $1 + 0,02 = 1,02$ et $u_0 = 15\,000$.

1. Écrire u_n en fonction de n. ....

2. Calculer la population de l'année 2005. ....

....

3. À partir de quelle année la population dépassera-t-elle 19 000 habitants. Utiliser la calculatrice (voir ci-dessous), puis justifier par des calculs.

- aller dans l'éditeur de fonctions avec la touche $\boxed{f(x)}$, et saisir la fonction définie par : $f(x) = 15\,000 \times 1,02^x$;
- puis, avec les touches $\boxed{\text{2nde}}$ [table], regarder la table des valeurs.

....

....

....

....

Exercice 2.18

Une usine produit 250 000 stylos par mois, et souhaite diminuer progressivement sa production à 150 000 stylos. Il est donc décidé de diminuer la production de 3 % par mois, à partir du mois suivant. On appelle u_n la production du $n^{\text{ième}}$ mois, ainsi : $u_0 = 250\,000$.

1. Justifier que l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 250\,000 \times 0,97^n$.

....

....

....

2. Calculer la production du 12^{e} mois. Arrondir à l'unité près. ....

....

3. À partir de quel nombre de mois la production sera-t-elle inférieure à 150 000 stylos ?
Utiliser la calculatrice (l'éditeur de fonctions avec $\boxed{f(x)}$, et la table des valeurs avec $\boxed{\text{2nde}}$ [table]), puis justifier par des calculs.

....

....

....

....

2.3 Utiliser une boucle Tant que pour une suite

Exercice 2.19

Une unité de production fabrique des fours pour les cuisines des restaurants.

En 2000, la production annuelle a été de 7 000 unités. À partir de l'année suivante la production annuelle augmente de 8 % par an.

On note P_n la production de l'année $2000 + n$, ainsi $P_0 = 7\,000$.

1. Justifier que la suite (P_n) est une suite géométrique de raison 1,08.

....

....

2. On considère l'algorithme suivant :

1	$k \leftarrow 0$
2	$P \leftarrow 7\,000$
3	Tant que $P < 11\,000$
4	$\quad k \leftarrow k+1$
5	$\quad P \leftarrow P \times 1,08$
6	Fin du Tant que

a) Compléter ci-dessous les calculs de cet algorithme.

Au début : $k = 0$ et $P = 7\,000$

On effectue ensuite les calculs des lignes 4 et 5 **tant que $P < 11\,000$**.

$k \leftarrow 0 + 1 = 1$ $\quad$ $P \leftarrow 7\,000 \times 1,08 = 7\,560 < 11\,000$ $\quad$ On continue.

$k \leftarrow 1 + 1 = 2$ $\quad$ $P \leftarrow 7\,350 \times 1,08 =$ ....

$k \leftarrow 2 + 1 = 3$ $\quad$ $P \leftarrow$ ....

$k \leftarrow$ .... $\quad$ $P \leftarrow$ ....

....

....

....

....

b) Quelles valeurs contiennent les variables k et P après exécution de cet algorithme ?

....

....

c) Interpréter ces valeurs dans le contexte étudié.

....

....

2.4 Comparaison de suites

Exercice 2.20

Les dépenses de fonctionnement de deux services A et B d'une entreprise ont été étudiés.

En 2000 les deux services ont dépensé 30 000 € chacun. À partir de l'année suivante, les dépenses du service A ont augmenté de 4 000 € par an, et celles du service B ont augmenté de 9 % par an.

1. On appelle A_n les dépenses de l'entreprise A pour l'année $2000 + n$, ainsi $A_0 = 30\,000$.

Justifier que l'expression de A_n en fonction de n est $30\,000 + 4\,000n$. ....

....

....

2. On appelle B_n les dépenses de l'entreprise B pour l'année $2000 + n$, ainsi $B_0 = 30\,000$.

Justifier que l'expression de B_n en fonction de n est $30\,000 \times 1,09^n$. ....

....

....

3. a) Quel service dépense le plus en 2004 ? Justifier par des calculs. ....

....

....

....

b) Quel service dépense le plus en 2013 ? Justifier par des calculs. ....

....

....

....

c) À partir de quelle année les dépenses d'un des services dépasse l'autre ?
Indications :
- ouvrir l'éditeur de fonctions de la calculatrice avec la touche $\boxed{f(x)}$;
- saisir `Y1=30000+4000X` et `Y2=30000*1.09^x`
- afficher le tableau de valeurs des deux suites avec la commande $\boxed{\text{table}}$.

....

....

....

Exercice 2.21

On veut comparer deux placements C et D.
- Placement C : 2 500 € sont placés à intérêts composés au taux annuel de 5 %.
- Placement D : 3 000 € sont placés à intérêts composés au taux annuel de 4 %.

Pour savoir ce que signifie *capital placé à intérêts composés*, voir le cours au paragraphe 2.2.b page 30.

On pose $C_0 = 2\,500$ et on note C_n le montant du capital avec le placement C après n années de placement.

On pose $D_0 = 3\,000$ et on note D_n le montant du capital avec le placement D après n années de placement.

1. Justifier que les suites (C_n) et (D_n) sont géométriques de raisons respectives 1,05 et 1,04.

....

....

....

2. Exprimer C_n en fonction de n et D_n en fonction de n.

....

....

3. Quel est le meilleur des deux placements après 10 ans ? Justifier par des calculs.

....

....

....

4. Quel est le meilleur des deux placements après 25 ans ? Justifier par des calculs.

....

....

....

5. À partir de quelle année un des deux placements devient supérieur à l'autre ?

....

....

....

2.5 Sommes de termes consécutifs

Exercice 2.22

La suite u_n est arithmétique de premier terme $u_0 = 6$ et de raison 8.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

....

2. Calculer la somme $S = u_2 + u_3 + \cdots + u_{13}$.
Cette somme est longue à calculer, mais il existe un procédé avec la calculatrice, qui est expliqué dans le cours, au paragraphe 2.4 page 33.

$S =$ ....

Exercice 2.23

La suite u_n est arithmétique de premier terme $u_0 = 10\,000$ et de raison -300.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

....

2. Calculer la somme : $u_0 + u_1 + \cdots + u_{14} =$ ....

Exercice 2.24

La suite u_n est géométrique de premier terme $u_0 = 100$ et de raison 1,2.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

. . . .

2. Calculer la somme : $u_5 + u_6 + \cdots + u_{12} =$ . . . .

Exercice 2.25

La suite u_n est géométrique de premier terme $u_0 = 2\,000$ et de raison 0,9.

1. Exprimer u_n en fonction de n.

. . . .

2. Calculer la somme : $u_0 + u_1 + \cdots + u_{20} =$ . . . .

Exercice 2.26

En 2010, un fabricant a produit 60 meubles et a augmenté sa production chaque année de 10 %.
On appelle u_0 le nombre de meubles fabriqués en 2010, et u_n le nombre de meubles fabriqués en $2010 + n$.

1. Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.

. . . .

. . . .

. . . .

2. Exprimer u_n en fonction de n.

. . . .

3. Calculer le nombre de meubles fabriqués en 2018.

. . . .

4. Calculer le nombre total de meubles fabriqués de 2010 à 2018.

. . . .

. . . .

Exercice 2.27

En 2000, une entreprise a produit 7 500 appareils, puis a augmenté sa production de 900 appareils par an.

On appelle u_n le nombre d'appareils fabriqués en $2010 + n$, ainsi $u_0 = 7\,500$.

1. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

. . . .

. . . .

. . . .

2. Exprimer u_n en fonction de n.

. . . .

3. **a)** Calculer u_6. ....

b) Interpréter ce résultat. ....

....

4. Calculer le nombre total d'appareils fabriqués de 2010 à 2020.

....

....

2.6 Exercices de baccalauréat

Exercice 2.28 (Bac STMG Antilles, juin 2014, ex. 4)

Cet exercice est composé de deux parties indépendantes l'une de l'autre.

Partie A : les économies ...

Afin de se constituer un capital, un épargnant place 1 000 euros sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 euros sur ce compte.

On note u_n le montant en euros du capital accumulé au bout de n mois.

Ainsi $u_0 = 1\,000$.

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

....

....

2. **a)** Déterminer la nature de la suite (u_n) en justifiant la réponse.

....

....

b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n. ....

3. Au bout de combien de temps le capital accumulé est-il supérieur à 3 500 euros ? Justifier la réponse.

....

....

....

....

Partie B : et les dépenses ...

Cet épargnant doit surveiller ses dépenses. En janvier 2014 il a dépensé 660 € et, jusqu'à présent, ses dépenses ont augmenté chaque mois de 4 %. On suppose que cette évolution va se poursuivre à l'avenir.

Cette évolution conduit à modéliser le montant en euros des dépenses mensuelles au cours du n-ième mois après janvier 2014 par le terme v_n d'une suite géométrique.

Ainsi $v_0 = 660$.

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centime d'euro.

1. Justifier que $v_1 = 1,04\,v_0$.

....

....

2. Calculer v_3 et interpréter le résultat.

....

....

3. Calculer le montant des dépenses au mois de décembre 2014.

....

....

4. Selon ce modèle, quand l'épargnant devrait-il doubler ses dépenses par rapport à janvier 2014 ? Justifier.

....

....

....

....

....

....

Exercice 2.29 (Bac STMG Métropole-Réunion, juin 2014, ex. 2)

Dans une ville, on estime qu'à partir de 2013, le nombre de voitures électriques en circulation augmente de 12 % par an.

Au 1er janvier 2013, cette ville propose 148 places de parking spécifiques avec borne de recharge. La commune prévoit de créer chaque année 13 places supplémentaires.

La feuille de calcul ci-dessous doit rendre compte de ces données.

Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Date	1er janvier 2013	1er janvier 2014	1er janvier 2015	1er janvier 2016	1er janvier 2017	1er janvier 2018	1er janvier 2019
2	Nombre de voitures électriques	100	112					
3	Nombre de places spécifiques	148	161					

Partie A

1. Préciser une formule qui, entrée en cellule C2, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C2 :H2.

....

2. Déterminer le pourcentage global d'évolution du nombre de voitures électriques en circulation entre 2013 et 2016, arrondi à 0,1 %.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3. Soit n un entier naturel. Le nombre de voitures électriques en circulation au 1^er^ janvier de l'année $(2013 + n)$ est modélisé par le terme V_n d'une suite géométrique.
Ainsi $V_0 = 100$.

a) Déterminer la raison de la suite (V_n).

. . . .

b) Préciser l'expression de V_n en fonction de n.

. . . .

c) Calculer V_8 et V_9 arrondis à l'unité.

. . . .

. . . .

Partie B

1. Préciser une formule qui, entrée en cellule C3, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 :H3.

. . . .

2. Soit n un entier naturel. On note P_n le nombre de places de parking spécifiques au 1^er^ janvier de l'année $(2013 + n)$. Ainsi $P_0 = 148$.

a) Montrer que pour tout entier naturel n : $P_n = 13n + 148$.

. . . .

. . . .

. . . .

b) En quelle année le nombre de places de parking spécifiques dépassera-t-il pour la première fois 250 ?

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Partie C

En utilisant les parties A et B, déterminer l'année à partir de laquelle on peut prévoir que le nombre de places de parking spécifiques sera insuffisant.

La méthode employée pour répondre à cette question devra être expliquée.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

II Cours

2.1 Suites arithmétiques

2.1.a Définitions et exemples

Définition 2.1

Une suite arithmétique est une suite où on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre a.
Le nombre a s'appelle la raison de cette suite.

Exemple 1 : une suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $a = 30$.

$u_0 = 500 \quad u_1 = 500 + 30 = 530 \quad u_2 = 530 + 30 = 560 \quad u_3 = 560 + 30 = 590$ et ainsi de suite ...

Exemple 2 : une suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 80$ et de raison $a = -7$.

$u_0 = 80 \quad u_1 = 80 + (-7) = 80 - 7 = 73 \quad u_2 = 73 + (-7) = 73 - 7 = 66$ et ainsi de suite ...

Remarque

Une suite où on passe d'un terme au suivant en soustrayant toujours le même nombre est une suite arithmétique de raison négative.

2.1.b Algorithme pour une suite arithmétique

Exemple

Une personne a 700 € d'économies et décide d'ajouter 60 € par mois à ses économies.

Il s'agit donc d'une **suite arithmétique**, puisqu'on ajoute 60 à chaque étape, et la **raison** de cette suite est **60**.

Dans l'algorithme ci-dessous u est le montant total des économies, et n est le nombre de mois. La variable u est un nombre réel, et les variables i et n sont des nombres entiers naturels.

Dans cet algorithme, la valeur finale de la variable u est le total des économies après n mois.

```
u ← 700
Pour i allant de 1 à n
    R ← u + 60
Fin du Pour
```

Par exemple pour 4 mois, n est égal à 4, et voici les calculs de cet algorithme ci-dessous.

Au départ :	$u = 700$
$i = 1$	$u = 700 + 60 = 760$
$i = 2$	$u = 760 + 60 = 820$
$i = 3$	$u = 820 + 60 = 880$
$i = 4$	$u = 880 + 60 = 940$

Puisqu'on a ajouté 4 fois 60 à 700, on peut aussi écrire le calcul en une ligne :
$700 + 4 \times 60 = 700 + 240 = 940$.

2.1.c u_n en fonction de n pour une suite arithmétique

Propriété 2.1

Pour une suite arithmétique (u_n) de raison a,

- si u_0 est le premier terme de la suite : $\boxed{u_n = u_0 + an}$;
- si u_1 est le premier terme de la suite : $\boxed{u_n = u_1 + a(n-1)}$.

Exemple 1 : revenons à la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $a = 30$.

Pour cette suite, l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 500 + 30n$.

Exemple 2 : revenons à la suite (u_n) arithmétique de premier terme $u_0 = 80$ et de raison $a = -7$.

Pour cette suite, l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 80 + (-7)n = 80 - 7n$.

Exemple 3 : la suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_1 = 1\,500$ et de raison $a = 400$.

$u_n = 1500 + 400 \times (n - 1)$

Remarque : on utilise les formules de la propriété 2.1 lorsque la consigne est

- *exprimer u_n en fonction de n* ;
- ou : *donner l'expression de u_n en fonction de n* ;
- ou encore : *donner l'expression du terme général de la suite (u_n)*.

2.1.d Sens de variation d'une suite arithmétique

Propriété 2.2

Pour une suite arithmétique (u_n),

- si la raison est positive, la suite est croissante ;
- si la raison est négative, la suite est décroissante ;

2.2 Suites géométriques

2.2.a Définitions et exemples

Définition 2.2

Une suite géométrique est une suite où on passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre b.
Le nombre b s'appelle la raison de cette suite.

Exemple 1 : une suite (u_n) est géométrique. de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $b = 1,2$.

$u_0 = 500$ $\quad u_1 = 500 \times 1,2 = 600$ $\quad u_2 = 600 \times 1,2 = 720$ $\quad u_3 = 720 \times 1,2 = 864$
et ainsi de suite ...

Exemple 2 : une suite (u_n) est géométrique. de premier terme $u_0 = 200$ et de raison $b = 0,7$.

$u_0 = 200$ $\quad u_1 = 200 \times 0,7 = 140$ $\quad u_2 = 140 \times 0,7 = 98$ et ainsi de suite ...

2.2.b Capital placé à intérêts composés

Exemple

Dire qu'un capital de 7 000 € est placé à intérêts composés à 3 % par an signifie que ce capital va augmenter de 3 % par an.

Autrement dit, le capital est multiplié chaque année par le coefficient multiplicateur :

$t = 3\ \% = \dfrac{3}{100} = 0,03 \qquad \text{CM} = 1 + 0,03 = 1,03.$

Les valeurs successives du capital forment donc une suite géométrique de raison 1,03.

Valeur initiale du capital :	$C_0 = 7\,000$
Valeur du capital après un an :	$C_1 = 7\,000 \times 1,03 = 7\,210$
Valeur du capital après deux ans :	$C_2 = 7\,210 \times 1,03 = 7\,426{,}3$

et ainsi de suite ...

2.2.c Algorithme pour une suite géométrique

Exemple

Un salarié gagnait 18 000 euros par an en 2010, et son salaire annuel a ensuite augmenté de 2 % par an.

La suite des salaires annuels les années suivantes et géométrique parce que, chaque année, le salaire annuel est multiplié par le coefficient multiplicateur : CM $= 1 + 0,02 = 1,02$.

Il s'agit donc d'une **suite géométrique**, et la **raison** de cette suite est **1,02**.

Dans l'algorithme ci-dessous u est le salaire annuel et n est le nombre d'année à partir de 2010. La variable u est un nombre réel, et les variables i et n sont des nombres entiers naturels.

Dans cet algorithme, la valeur finale de la variable u est le salaire de l'année $2010 + n$.

```
u ← 18 000
Pour i allant de 1 à n
    u ← u × 1,02
Fin du Pour
```

Par exemple pour 2013, n est égal à 3, et voici les calculs de cet algorithme ci-dessous.

Au départ :	$u = 18\,000$
$i = 1$	$u = 18\,000 \times 1,02 = 18\,360$
$i = 2$	$u = 18\,360 \times 1,02 \approx 18\,727{,}2$
$i = 3$	$u = 18\,727{,}2 \times 1,02 \approx 19\,101{,}74$

Puisqu'on a 3 augmentations successives de même taux, on peut aussi écrire le calcul en une ligne : $18\,000 \times 1,02^3 \approx 19\,101{,}74$.

2.2.d u_n en fonction de n pour une suite géométrique

Propriété 2.3

Pour une suite géométrique (u_n) de raison b,
- si u_0 est le premier terme de la suite : $\boxed{u_n = u_0 \times b^n}$;
- si u_1 est le premier terme de la suite : $\boxed{u_n = u_1 \times b^{(n-1)}}$.

Exemple 1 : revenons à la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 500$ et de raison $b = 1,2$.

Pour cette suite, l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 500 \times 1,2^n$.

Exemple 2 : revenons à la suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 200$ et de raison $b = 0,7$.

Pour cette suite, l'expression de u_n en fonction de n est $u_n = 200 \times 0,7^n$.

Exemple 3 : la suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_1 = 1\,500$ et de raison $1,09$.

$u_n = 1500 \times \times 1,09^{(n-1)}$

Remarque : on utilise les formules de la propriété 2.3 lorsque la consigne est
- *exprimer u_n en fonction de n* ;
- ou : *donner l'expression de u_n en fonction de n* ;
- ou encore : *donner l'expression du terme général de la suite (u_n)*.

2.2.e Sens de variation d'une suite géométrique

Propriété 2.4

Pour une suite géométrique (u_n), de premier terme positif et de raison b strictement positive,
- si $b > 1$, la suite est croissante ;
- si $b < 1$, la suite est décroissante ;

2.3 Utiliser une boucle Tant que pour une suite

Exemple

Un article est produit à 100 000 exemplaires. Il a beaucoup de succès et à partir de l'année suivante ses ventes augmentent de 20 % par an.
Cela veut dire que le nombre de ventes est multiplié chaque année par le coefficient multiplicateur : $1 + \dfrac{20}{100} = 1,2$.

1	$k \leftarrow 0$
2	$V \leftarrow 100\,000$
3	Tant que $V < 200\,000$
4	$\quad k \leftarrow k + 1$
5	$\quad V \leftarrow V \times 1,2$
6	Fin du Tant que

Dans l'algorithme ci-dessus, la variable k représente le nombre d'années et la variable V les ventes de l'année.

Détaillons les calculs de cet algorithme.

Au début : $k = 0$ et $V = 100\,000$

On effectue ensuite les calculs des lignes 4 et 5 **tant que** $V < 200\,000$.

$k \leftarrow 0 + 1 = 1$	$V \leftarrow 100\,000 \times 1,2 = 120\,000 < 200\,000$	On continue.
$k \leftarrow 1 + 1 = 2$	$V \leftarrow 120\,000 \times 1,2 = 144\,000 < 200\,000$	On continue.
$k \leftarrow 2 + 1 = 3$	$V \leftarrow 144\,000 \times 1,2 = 172\,800 < 200\,000$	On continue.
$k \leftarrow 3 + 1 = 4$	$V \leftarrow 172\,800 \times 1,2 = 207\,360 > 200\,000$	On arrête.

La valeur finale de la variable k est 4 et la valeur finale de la variable V est 207 360.

Cela veut dire que c'est la 4$^{\text{e}}$ année que les ventes dépassent pour la première fois 200 000.

2.4 Sommes de termes consécutifs

Exemple

La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison 7.

Calculons la somme
$S = u_3 + u_4 + \cdots + u_9$.

On écrit d'abord l'expression de u_n en fonction de n : $u_n = u_0 + an = 4 + 7n$.

TI 82 Advanced ou TI 83 Premium

1. Appuyer sur $\boxed{\text{2nde}}$ [listes]
2. Aller sur `MATH`
3. Sélectionner `5:somme`
4. Appuyer à nouveau sur $\boxed{\text{2nde}}$ [listes]
5. Aller sur `OPS`
6. Sélectionner `5:suite`
7. Compléter ainsi :
   ```
   Expr:4+7N
   Variable:N
   start:3
   end:9
   step:1
   ```
8. Appuyer 2 fois sur $\boxed{\text{entrer}}$
9. On voit alors :
   `somme(suite(4+7N,N,3,9,1)`
10. Appuyer à nouveau sur $\boxed{\text{entrer}}$
11. On obtient $\boxed{S = 322}$.

Modèles plus anciens de TI 82

- Suivre les étapes **1.** à **6.**
- On voit alors : `somme(suite(`
- Compléter ainsi :
  `somme(suite(4+7N,N,3,9,1)`
- Appuyer sur $\boxed{\text{entrer}}$
- On obtient $\boxed{S = 322}$.